

2017年 医学部 第5問

5 xy 平面上に、原点を中心とし共通の焦点を持つ2つの楕円 A, B がある。これらの長軸はともに x 軸上にあり、それらの長さはそれぞれ $2a, 2b$ (a, b は $a > b > 0$ を満たす定数) である。 x 座標が正および負の焦点をそれぞれ F, F' とする。 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ を満たす実数 θ に対して、 A, B 上にそれぞれ2点 P, Q を、次を満たすようにとる。

$$\angle PFF' = 2\theta, \quad \angle QFF' = \theta, \quad 2 \text{ 点 } P, Q \text{ の } y \text{ 座標は正}$$

原点と焦点との距離を d (d は $d > 0$ を満たす定数) とし、線分 PF, QF の長さをそれぞれ p, q とするとき、以下の各問いに答えよ。

- (1) p を、 a, d, θ を用いて表せ。また q を、 b, d, θ を用いて表せ。
- (2) $\frac{q}{p}$ が最大値をとるための a, b の条件を求めよ。またその場合の d の値の範囲を、 a, b を用いて表せ。
- (3) $\frac{q}{p}$ は最小値をとらないことを証明せよ。