

2016年医学部第2問

2 次の関数  $f(x)$  (ただし  $x > 0$ ) に関する以下の各問いに答えよ.

$$f(x) = \int_1^x t(x-t+1)e^{-(x-t+1)^2} dt$$

- (1)  $f(x)$  の導関数  $f'(x)$  を求めよ.
- (2) 関数  $g(x)$  を  $g(x) = \frac{1}{2}(e^{-1} - e^{-x^2})$  とするとき,  $f(x)$  と  $g(x)$  の  $x > 0$  における大小関係を調べよ.
- (3) (2) の  $g(x)$  に対して, 傾きが  $f'(x) - g'(x)$  の  $x = \sqrt{2}$  における値に等しく, 点  $(1, 0)$  を通る直線を考えることにより, 不等式

$$0.115 < f(\sqrt{2}) < 0.165$$

が成り立つことを示せ. ただし,  $0.367 < e^{-1} < 0.368$ ,  $0.135 < e^{-2} < 0.136$  であることは用いてよい.