



2013年工学部第4問

4 数列  $\{r_n\}$  が次の関係式を満たしている。

$$r_1 = 0, \quad r_{n+1} = \frac{r_n + 2}{2r_n + 1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

このとき、以下の問いに答えよ。

- (1)  $r_{n+1} - \alpha = \beta \frac{r_n - \alpha}{2r_n + 1}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) を満たす定数  $\alpha, \beta$  をすべて求めよ。
- (2)  $\frac{r_{n+1} - p}{r_{n+1} - q} = k \frac{r_n - p}{r_n - q}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) を満たす定数  $p, q, k$  の組  $(p, q, k)$  を1つ求めよ。ただし、 $p \neq q$  とする。
- (3) 数列  $\{r_n\}$  の一般項を求めよ。
- (4)  $\lim_{n \rightarrow \infty} r_n$  を求めよ。