



2012年 医学部 第4問

4 n を 2 以上の整数とする. 集合 $X_n = \{1, 2, \dots, n\}$ を 2 つの空集合ではない部分集合 A_n, B_n に分ける. すなわち, $A_n \cup B_n = X_n$, $A_n \cap B_n = \phi$, $A_n \neq \phi$, $B_n \neq \phi$ である. A_n に属する自然数の和を a_n , B_n に属する自然数の和を b_n とおく. 例えば, $n = 5$ のとき, X_5 を $A_5 = \{1, 2, 5\}$, $B_5 = \{3, 4\}$ と分ければ, $a_5 = 8$, $b_5 = 7$ となる. このとき, 次の問に答えよ.

- (1) n が 4 の倍数のとき, $a_n = b_n$ となるように X_n を分けられることを示せ.
- (2) $n + 1$ が 4 の倍数のときも, $a_n = b_n$ となるように X_n を分けられることを示せ.
- (3) n も $n + 1$ も 4 の倍数ではないとき, $a_n = b_n$ となるようには X_n を分けられないことを示せ.