

2015年第2問

2 三角関数の加法定理を用いて、次が成り立つことを示せ。

$$\sin A + \sin B = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$$

加法定理

$$\begin{cases} \sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta & \dots \textcircled{1} \\ \sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha \cos\beta - \cos\alpha \sin\beta & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

①+②より、

$$\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta) = 2 \sin\alpha \cos\beta$$

ここで、 $\alpha+\beta = A$ 、 $\alpha-\beta = B$  とおくと、 $\alpha = \frac{A+B}{2}$ 、 $\beta = \frac{A-B}{2}$  なので

$$\sin A + \sin B = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2} \quad \text{が成り立つ} \quad \square$$