東京理科大学

2014年 薬学部（薬） 第3問

$\boxed{3}$ Oを原点とする xyz 空間の x 軸上，y 軸上，z 軸上にそれぞれ点A，B，Cがあり，AB＝3，AC＝2であるという．そのとき，BC＝a とおき，三角形ABCの面積を S とおく．

(1) a の取りうる値の範囲は

$$\sqrt{\boxed{ア}} \leqq a \leqq \sqrt{\boxed{イ}\boxed{ウ}}$$

である．

(2)（ i ）$\cos\angle\mathrm{BAC} = \dfrac{1}{\boxed{エ}\boxed{オ}}(-a^2+\boxed{カ}\boxed{キ})$ である．

（ii）$S^2 = \dfrac{1}{\boxed{ク}\boxed{ケ}}(-a^4+\boxed{コ}\boxed{サ}\,a^2-\boxed{シ}\boxed{ス})$ である．

(3) OA＝x とおいて，S^2 を x を用いて表すと

$$S^2 = -\frac{\boxed{セ}}{\boxed{ソ}}x^4+\boxed{タ}$$

となる．

(4) $S=2\sqrt{2}$ のとき，四面体OABCに内接する球（すなわち，中心がこの四面体の内部にあって，すべての面と1点のみを共有する球）の半径を r とおく．

（ i ）$r = \dfrac{\sqrt{\boxed{チ}}}{1+\boxed{ツ}\sqrt{\boxed{テ}}+\sqrt{\boxed{ト}\boxed{ナ}}}$ である．

（ii）$r = \boxed{ニ}\sqrt{\boxed{チ}} - \boxed{ヌ}\sqrt{\boxed{テ}} + \boxed{ネ}\sqrt{\boxed{ト}\boxed{ナ}} - \boxed{ノ}$ となる．