

2010年工学部第2問


 数理  
石井K

2 関数  $f(x) = (ax + b)e^{-3x}$  について以下の問いに答えなさい。

- (1) 導関数  $f'(x)$  を  $f'(x) = (cx + d)e^{-3x}$  と表すとき、 $\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$  となる  $2 \times 2$  行列  $A$  を求めなさい。
- (2) (1) の行列  $A$  の逆行列を求めなさい。
- (3) 不定積分  $\int xe^{-3x} dx$  を求めなさい。

$$(1) f'(x) = ae^{-3x} + (ax + b) \cdot (-3) \cdot e^{-3x} = (-3ax + a - 3b)e^{-3x}$$

$$\therefore c = -3a, d = a - 3b \quad \text{よ} \text{'} \quad A = \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} \text{ とお} \text{' } \text{と}$$

$$\therefore \begin{pmatrix} -3a \\ a - 3b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \Leftrightarrow ax + by = -3a, za + bw = a - 3b$$

$$\therefore x = -3, y = 0, z = 1, w = -3 \quad \text{よ} \text{'}. \quad \underline{A = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}} \text{ ''}$$

$$(2) \det A = (-3)^2 - 1 \cdot 0 = 9$$

$$\therefore \underline{A^{-1} = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}} \text{ ''}$$

$$(3) \int x(-\frac{1}{3}e^{-3x})' dx$$

$$= -\frac{x}{3}e^{-3x} + \frac{1}{3} \int e^{-3x} dx$$

$$= \underline{-\frac{x}{3}e^{-3x} - \frac{1}{9}e^{-3x} + C} \quad (C \text{ は積分定数}) \text{ ''}$$