



2014年文系第4問

数理
石井K

4 AとBが続けて試合を行い、先に3勝した方が優勝するというゲームを考える。1試合ごとにAが勝つ確率を p 、Bが勝つ確率を q 、引き分ける確率を $1-p-q$ とする。

- (1) 3試合目で優勝が決まる確率を求めよ。
 (2) 5試合目で優勝が決まる確率を求めよ。
 (3) $p=q=\frac{1}{3}$ としたとき、5試合目が終了した時点でまだ優勝が決まらない確率を求めよ。
 (4) $p=q=\frac{1}{2}$ としたとき、優勝が決まるまでに行われる試合数の期待値を求めよ。

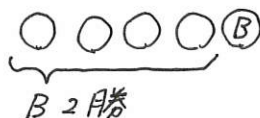
$$(1) \underline{p^3 + q^3} //$$

(2) (i) Aが優勝する場合



$$p^2(1-p)^2 \cdot 4C_2 \cdot p$$

(ii) Bが優勝する場合



$$q^2(1-q)^2 \cdot 4C_2 \cdot q$$

$$(i), (ii) \text{より } \underline{6p^3(1-p)^2 + 6q^3(1-q)^2 = 6\{p^3(1-p)^2 + q^3(1-q)^2\}} //$$

(3) (2)と同様にして4試合目で優勝が決まる確率は

$$p^2(1-p) \cdot 3C_1 \cdot p + q^2(1-q) \cdot 3C_1 \cdot q = 3\{p^3(1-p) + q^3(1-q)\}$$

$$\therefore \text{余事象より } 1 - \underbrace{\frac{2}{27}}_{3\text{試合}} - \underbrace{\frac{4}{27}}_{4\text{試合}} - \underbrace{\frac{16}{81}}_{5\text{試合}} = \underline{\frac{47}{81}} //$$

(4) 最短で3試合、最長で5試合で終わる。

$$\therefore 3 \cdot \frac{1}{4} + 4 \cdot \frac{3}{8} + 5 \cdot \frac{3}{8} = \underline{\frac{33}{8}} //$$

たして1になるかチェック!