

2014年中等教育第4問

4 a を正の定数とする. 関数 $f(x)$ は

$$f(x) = 2 \cos x - a \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t) \sin x dt$$

を満たしているとする. 次の問いに答えよ.

(1) $f(x)$ を求めよ.

(2) $\int_0^{\pi} f(x) \sin x dx = -\frac{\pi}{2}$ を満たす定数 a の値を求めよ.

(3) a が (2) で求めた値のとき, 次の (i), (ii) に答えよ.

(i) $0 \leq x \leq \pi$ における関数 $f(x)$ の最大値と最小値を求めよ.

(ii) $\int_0^{\pi} |f(x)| dx$ の値を求めよ.