2014年 理系 第2問

$\boxed{2}$ $a>0$，$b>0$ とし，座標平面上の楕円 K：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 上の2点

$$\mathrm{A}(a\cos\theta,\ b\sin\theta),\qquad \mathrm{B}\left(a\cos\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right),\ b\sin\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)\right)$$

のそれぞれにおける K の接線を ℓ，m とする．ただし，$0\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{4}$ とする．2直線 ℓ と m の交点を $\mathrm{C}(c,\ d)$ とし，さらに2点 $\mathrm{D}\left(a\cos\left(\theta+\dfrac{\pi}{2}\right),\ 0\right)$，$\mathrm{E}(c,\ 0)$ をとる．台形CBDEの面積を S とする．次の問いに答えよ．

(1) c および d を a，b，θ を用いて表せ．

(2) S を a，b，θ を用いて表せ．

(3) θ が $0\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{4}$ の範囲を動くときの S の最大値，および，S が最大値をとるときの m の傾きを a，b を用いて表せ．