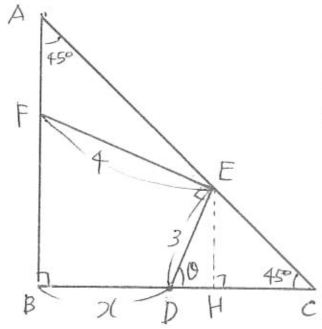
昭和大学

2013年 歯学部・薬学部・保健医療 第8問

増田

$\boxed{8}$ $\triangle$ABCは$\angle$ABC $= 90°$の直角二等辺三角形であり，辺BCの中点をDとする．辺AC上に点E，辺AB上に点Fがあり，DE $= 3$，EF $= 4$，$\angle$DEF $= 90°$である．EからBCに下した垂線の足をHとし，$\angle$EDC $= \theta$，BD $= x$とするとき，以下の各問に答えよ．

(1) $\angle$AFEをθを用いて表せ．
(2) EHの長さを$\sin\theta$の簡単な式で表せ．
(3) CEの長さを$\sin\theta$の簡単な式で表せ．
(4) AEの長さを$\sin\theta$の簡単な式で表せ．
(5) $\sin\theta$をxの簡単な式で表せ．
(6) xを求めよ．



直角二等辺三角形だから
$\angle A = \angle C = 45°$

(1) $\angle AEF = 45° + \theta - 90° = \theta - 45°$

$\angle AFE = 180° - 45° - \angle AEF$
$= 135° - (\theta - 45°)$
$= \underline{180° - \theta}$ //

(2) $\triangle$EDHにおいて　$\sin\theta = \dfrac{EH}{DE} = \dfrac{EH}{3}$

$\underline{EH = 3\sin\theta}$ //

(3) $\triangle$EHCは$\angle EHC = 90°$の直角二等辺三角形だから．

$\underline{CE = \sqrt{2}\,EH = 3\sqrt{2}\sin\theta}$ //

(4) 正弦定理より．

$\dfrac{4}{\sin 45°} = \dfrac{AE}{\sin\angle AFE}$

$AE = \dfrac{4}{\sin 45°} \times \sin(180° - \theta)$

$= 4\sqrt{2} \times \sin\theta$

$\underline{AE = 4\sqrt{2}\sin\theta}$ //

(5) $AC = AE + EC = 3\sqrt{2}\sin\theta + 4\sqrt{2}\sin\theta$
$= 7\sqrt{2}\sin\theta$

また．$\triangle$ABCにおいて

$AC = \sqrt{2}BC = \sqrt{2} \times 2x = 2\sqrt{2}x$

$7\sqrt{2}\sin\theta = 2\sqrt{2}x$

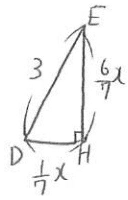
$\therefore \underline{\sin\theta = \dfrac{2x}{7}}$ //

(6) $EH = 3\sin\theta = 3 \times \dfrac{2x}{7} = \dfrac{6x}{7}$

$\triangle$EDHにおいて．

$DH = DC - CH = x - EH = \dfrac{1}{7}x$

$\triangle$EDHにおいて三平方の定理より．



$9 = \left(\dfrac{6}{7}x\right)^2 + \left(\dfrac{1}{7}x\right)^2$

$37x^2 = 9 \times 49$

$\underline{x = \dfrac{3 \times 7}{\sqrt{37}} = \dfrac{21\sqrt{37}}{37}}$ //