



2013年 理学部（数理）第4問

4 自然数 n に対し，座標平面上の点 $(n, 1)$ を P_n とする．また， r を正の実数とする．このとき，次の問に答えよ．

- (1) 1次変換 f は，すべての n に対して $f(P_n) = P_{n+1}$ を満たすとする． f を表す行列 A を求めよ．
- (2) 1次変換 g は，点 $(1, 1)$ を点 $(-2r, 1)$ に，点 $(-2r, 1)$ を点 $(2r^2 - r, 1)$ に移すとする． g を表す行列 B を求めよ．
- (3) $C = ABA^{-1}$ とする．行列 C^n を推定し，それが正しいことを数学的帰納法によって示せ．
- (4) 行列 C^n で表される1次変換による点 $(1, r)$ の像の x 座標を x_n とする． $r < 1$ のとき， $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ を求めよ．