

2014年 獣医・応用生命 第5問



5 $y = f(x) = x^3 - 4x$ 上の点 $(a, a^3 - 4a)$ で $f(x)$ に接する直線がこの接点以外で交わるとする。その交点の座標を求めよ。また、その y 座標が正となるための a の条件を求めよ。

接線は y 軸に平行ではないから $y = px + q$ と表せる

$y = f(x)$ と $y = px + q$ の交点の x 座標は

方程式 $x^3 - (p+4)x - q = 0$ の実数解であるから

解と係数の関係より、接点以外の交点の x 座標を d とすると

$$a + a + d = 0$$

$$\therefore d = -2a \quad \therefore \text{求める点の座標は } (-2a, f(-2a)) = \underline{\underline{(-2a, -8a^3 + 8a)}}$$

$$-8a^3 + 8a > 0 \quad \Leftrightarrow \quad 8a(a^2 - 1) < 0$$

$$\Leftrightarrow \quad 8a(a+1)(a-1) < 0$$

a	...	-1	...	0	...	1	...
$8a(a+1)(a-1)$	-	0	+	0	-	0	+

$$\text{よって, } \underline{\underline{a < -1, 0 < a < 1}}$$