

2014年 畜産学部 第2問

2枚目/2枚

数理
石井K

2 関数 $f(x)$ を $f(x) = -7 + k \int_0^6 |x-u| du$ と定義する。ただし、 k は定数、 $f(3) = -5$ である。次の各問に答えなさい。

- (1) k の値を求めなさい。
 (2) $y = f(x)$ のグラフの概形を図示しなさい。
 (3) 実数 s, t が条件 $0 \leq s \leq 20, 0 \leq t \leq 20$ を満たしながら動くとき、 xy 座標平面上の点

$$P\left(\frac{1}{2}s + \frac{1}{10}t, -\frac{1}{4}s - \frac{1}{5}t\right)$$

が動く領域 D を求めなさい。

- (4) 不等式 $y \geq f(x)$ の表す領域を E とするとき、領域 E と領域 D の共通部分の面積を求めなさい。

(3) $P(X, Y)$ とおくと。 $X = \frac{1}{2}s + \frac{1}{10}t, Y = -\frac{1}{4}s - \frac{1}{5}t$

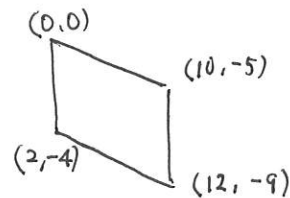
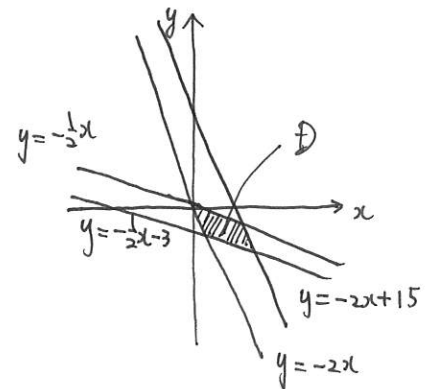
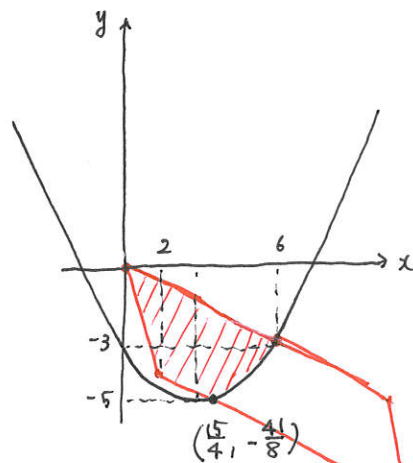
t を消去すると。 $2X + Y = \frac{3}{4}s \quad \therefore 0 \leq 2X + Y \leq 15 \quad \dots \textcircled{1}$

s を消去すると。 $X + 2Y = -\frac{3}{10}t \quad \therefore -6 \leq X + 2Y \leq 0 \quad \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}, \textcircled{2} \iff y \geq -2x \text{ かつ } y \leq -2x + 15 \text{ かつ } y \geq -\frac{1}{2}x - 3 \text{ かつ } y \leq -\frac{1}{2}x$

\therefore 右図の斜線部分 (境界線も含む)

(4)



$$\therefore S = \int_0^2 -\frac{1}{2}x + 2x dx + \int_2^{\frac{15}{4}} -\frac{1}{2}x - (-\frac{1}{2}x - 3) dx + \int_{\frac{15}{4}}^6 -\frac{1}{2}x - (\frac{2}{9}x^2 - \frac{4}{3}x - 3) dx$$

$$= \left[\frac{3}{4}x^2 \right]_0^2 + \left[3x \right]_2^{\frac{15}{4}} + \left[-\frac{2}{27}x^3 + \frac{5}{12}x^2 + 3x \right]_{\frac{15}{4}}^6$$

$$= 3 + \frac{45}{4} - 6 - 16 + 15 + 18 + \frac{2}{27} \left(\frac{15}{4}\right)^3 - \frac{5}{12} \cdot \left(\frac{15}{4}\right)^2 - \frac{45}{4}$$

$$= \frac{771}{64}$$