0001853906418999

秋田大学

2014年 医学部 第1問

数理 石井K

$\boxed{1}$ 次の問いに答えよ．

(1) 次の式を，実数の範囲で因数分解せよ．

$$6(x+3)(x+4)(x+6)(x+8)-(x+1)(x+2)(x+12)(x+24)$$

(2) nを自然数，A，Bを整数とする．多項式$x^{2n}-4x^8+Ax+B$がx^2-x+1で割り切れるように，A，Bの値を定めよ．

(1) (与式) $= 6(x^2+11x+24)(x^2+10x+24)-(x^2+25x+24)(x^2+14x+24)$

$A=x^2+24$ とおくと，

(与式) $= 6(A+11x)(A+10x)-(A+25x)(A+14x)$

$= 6A^2+126xA+660x^2-(A^2+39xA+350x^2)$

$= 5A^2+87xA+310x^2$

$= (5A+62x)(A+5x)$

$= (5x^2+62x+120)(x^2+5x+24)$

$= \underline{(5x+12)(x+10)(x^2+5x+24)}$ //

(2) -1以外の-1の3乗根をω，ω^2とする $(\omega^3=-1)$，$f(x)=x^{2n}-4x^8+Ax+B$ とおくと．

(i) nが $n=3k$ (k：整数)のとき． $f(x)=-4x^2+Ax+B+1$

$\therefore f(\omega)=-4(\omega-1)+A\omega+B+1=0$ $\therefore (A-4)\omega+B+5=0$

$\therefore \dfrac{A}{2}+B+3=0$，$A-4=0$ $\therefore A=4$，$B=-5$

(ii) $n=3k+1$ のとき． $f(x)=-3x^2+Ax+B$ $\therefore f(\omega)=-3(\omega-1)+A\omega+B$ $\therefore (A-3)\omega+B+3=0$

$\therefore A=3$，$B=-3$

(iii) $n=3k+2$ のとき $f(x)=-4x^2+(A-1)x+B$ $\therefore f(\omega)=-4(\omega-1)+(A-1)\omega+B$

$\therefore f(\omega)=(A-5)\omega+B+4$ $\therefore A=5, B=-4$

(i)～(iii)より nが
$$\begin{cases} 3\text{でわって余り }0\text{ のとき，} & (A,B)=(4,-5) \\ \quad\quad\quad\quad\quad 1\text{ のとき，} & \quad\quad =(3,-3) \\ \quad\quad\quad\quad\quad 2\text{ のとき，} & \quad\quad =(5,-4) \end{cases}$$ //