



2014年教育・経済学部第4問

4 関数  $f_0(x)$ ,  $f_1(x)$ ,  $f_2(x)$ ,  $f_3(x)$ ,  $f_4(x)$  は,  $n = 0, 1, 2, 3$  に対して,  $f_n(0)$  が 0 に一致しないときか一致するときかという場合に応じて  $f_{n+1}(x)$  を  $f_n(x)$  から定める関係式

$$f_{n+1}(x) = \begin{cases} \frac{d}{dx} f_n(x) & (f_n(0) \neq 0) \\ \int_0^x f_n(t) dt + 1 & (f_n(0) = 0) \end{cases}$$

をみたしているとする.

- (1)  $f_0(x) = x$  のとき,  $f_4(x)$  を求めよ.
- (2)  $f_1(x) = 0$  ならば,  $f_0(x)$  は定数であることを証明せよ.
- (3)  $f_2(x) = 0$  ならば,  $f_0(x) = ax + b$  ( $a, b$  は定数) と表されることを証明せよ.