



2017年理系第5問

5  $f(x) = xe^{1-x^2}$  とする. 2つの曲線  $y = f(x)$  と  $y = x^k$  で囲まれた部分の面積を  $S_k$  とする. ただし,  $k$  は自然数とする. 次の問いに答えよ. 必要があれば

$$\lim_{x \rightarrow \infty} xe^{-x^2} = 0$$

が成り立つことを用いてよい.

- (1)  $f(x)$  の導関数  $f'(x)$  および第2次導関数  $f''(x)$  を求めよ.
- (2) 関数  $y = f(x)$  の極値, グラフの凹凸と変曲点, および漸近線を求め, グラフの概形をかけ.
- (3)  $S_k$  を,  $k$  を用いて表せ.
- (4) 次の条件(\*)を満たす最小の自然数  $n$  を求めよ.  
(\*) すべての自然数  $m$  に対して,  $4S_{2n-1} > 7S_{2m}$  が成り立つ.