



2012年理系第1問

1 平面上の点  $P(x, y)$  を

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ a & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

によって定められる点  $Q(X, Y)$  に移す移動を考える。ここで、 $a$  は実数とする。楕円  $C: x^2 + 4y^2 = 1$  が与えられているとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点  $P(x, y)$  が楕円  $C$  上を動くとき、点  $Q(X, Y)$  は円  $D: X^2 + Y^2 = 1$  上を動くとする。このとき  $a$  の値を求めよ。
- (2) 点  $P(x, y)$  が楕円  $C$  上を動くとき、点  $Q(X, Y)$  は直線  $l: Y = pX + q$  上を動くとする。ただし  $p, q$  は実数とする。このとき  $a$  および  $p, q$  の値を求めよ。
- (3) (2)において、点  $P(x, y)$  が楕円  $C$  上を動くとき、点  $Q(X, Y)$  の  $X$  の最大値、最小値を求めよ。