

2014年 医学部 第1問

1 以下の各問いに答えよ。

- (1)  $a$ は実数とする. 極限  $\lim_{x \rightarrow +0} \int_x^2 t^a dt$  を調べよ.
- (2)  $\alpha, \beta$  ( $0 < \alpha \leq \beta < \frac{\pi}{2}$ ) が  $\tan \alpha \tan \beta = 1$  を満たすとき,  $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$  であることを示せ.
- (3) 点  $P(x, y)$  が楕円  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$  の上を動くとき,  $3x^2 - 16xy - 12y^2$  の値が最大になる点  $P$  の座標を求めよ.
- (4) 公正なサイコロを2回振り, 1回目に出た目を  $a$ , 2回目に出た目を  $b$  とする. また, 公正なコインを1回投げ, 表が出たら  $c = 1$ , 裏が出たら  $c = -1$  とする.  $O$  を原点とする座標平面上の2点  $A, B$  を  $A(a, b)$ ,  $B(b, ca)$  と定める. 次の問いに答えよ.
- (i)  $\vec{OA}$  と  $\vec{OB}$  が垂直になる確率を求めよ.
- (ii)  $\vec{OA}$  と  $\vec{OB}$  が平行になる確率を求めよ.
- (iii) 内積  $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$  の期待値を求めよ.
- (iv)  $\triangle OAB$  の面積の期待値を求めよ. ただし,  $\vec{OA}$  と  $\vec{OB}$  が平行になるときは面積を0とする.