広島市立大学

2018年 第4問

$\boxed{4}$ 平面上に三角形OABと点Cがある．$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とおくとき，内積に関する等式 $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{c}=\vec{c}\cdot\vec{a}$ が成り立つとする．次の問いに答えよ．

(1) $\mathrm{OB}\perp\mathrm{CA}$，$\mathrm{OC}\perp\mathrm{AB}$ が成り立つことを示せ．ただし，点Cは3点O，A，Bと異なるものとする．

(2) 点Dを $\overrightarrow{\mathrm{OD}}=\dfrac{1}{2}(\vec{a}+\vec{b}-\vec{c})$ が成り立つ点とする．このとき，点Dは三角形OABの外心であることを示せ．

(3) $|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=3$，$\cos\angle\mathrm{AOB}=\dfrac{1}{3}$ とする．

(i) $\vec{c}=x\vec{a}+y\vec{b}$ が成り立つような x，y の値を求めよ．

(ii) t を $0<t<1$ を満たす実数とし，辺ABを $t:(1-t)$ に内分する点をEとする．3点O，C，Eが一直線上にあるとき，t の値を求めよ．