

2015年 第3問

3 xy 平面上の曲線 $C_1: y = x^2$ を考える. C_1 上に異なる 2 点 $A(a, a^2)$, $B(b, b^2)$ をとり, 点 A における C_1 の接線と点 B における C_1 の接線の交点を P とする. ただし, $a < b$ とする. 以下の問いに答えよ.

- (1) 点 P の座標を a, b を用いて表せ.
- (2) \vec{PA} と \vec{PB} の内積 $\vec{PA} \cdot \vec{PB}$ を a, b を用いて表せ.
- (3) (1) で求めた点 P が, xy 平面上の曲線 $C_2: y = x^2 - x$ ($0 < x < 1$) 上にあるとする. このとき, (1) で求めた点 P の x 座標を s とおき, (2) で求めた内積を s で表せ.
- (4) 内積 $\vec{PA} \cdot \vec{PB}$ を最大にする C_2 上の点 P の座標を求めよ.

* (2)~(4) については, 必答範囲外からの出題のため, 技術・情報科学の受験者全員に対し, 正解とする.