



2012年医(医)・理(数理・物理・地環)・工・歯第4問

4 次の各問いに答えよ。ただし、 $e$ は自然対数の底とする。

- (1)  $n$ を自然数とする。 $x$ の関数  $f(x) = x^n e^{1-x}$  について、 $0 < x < 1$  ならば  $0 < f(x) < 1$  であることを示せ。
- (2) 自然数  $n$  に対して  $I_n = \int_0^1 x^n e^{1-x} dx$  とおくと、 $I_1$  を求めよ。さらに、 $I_{n+1}$  と  $I_n$  の間に成り立つ関係式を求めよ。
- (3) (2)の  $I_n$  に対して  $a_n = \frac{I_n}{n!}$  とおくと、 $\sum_{k=2}^n \frac{1}{k!} = a_1 - a_n$  であることを示せ。
- (4)  $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k!}$  とおくと、 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = e - 1$  であることを示せ。