

2017年 歯学部 第1問

1 次の問いに答えよ.

- (1) 数列 $\{a_n\}$ を $a_1 = \frac{5}{13}$, $a_{n+1} = \frac{1}{3}a_n + \frac{1}{7}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定める. 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ. また, 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ.
- (2) (i) 関数 $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2} - x$ の増減を調べ, 極値を求めよ.
 (ii) 数列 $\{b_n\}$ を $b_1 = \frac{1}{2}$, $b_{n+1} = \frac{1}{2}b_n^2 + \frac{1}{2}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とするとき, 次の (A), (B) のうち, 正しいものを選べ.
- (A) $b_1 \leq b_2 \leq b_3 \leq \dots \leq b_n \leq b_{n+1} \leq \dots$
 (B) $b_1 > b_2 > b_3 > \dots > b_n > b_{n+1} > \dots$
- (3) 表の出る確率が q , 裏の出る確率が $1 - q$ である硬貨を投げ, 表が出たら赤玉を1個もらえ, 裏が出たら白玉を1個もらえる. ただし, $0 < q < 1$ とする. この操作を繰り返して, 手元に赤玉または白玉のどちらかが先に3個になった時点で, この操作を終了する. 操作終了時点で, 手元にある同じ色の3個の玉とは異なる色の玉の数が0個, 1個, 2個となる確率を, それぞれ $P_0(q)$, $P_1(q)$, $P_2(q)$ とする. $P_0(q)$, $P_1(q)$, $P_2(q)$ を q で表せ.