



2013年文系第4問

4 1次関数 $f(x) = px + q$ に対して、 x の係数 p と定数項 q を成分にもつベクトル (p, q) を \vec{f} とする。つまり、 $\vec{f} = (p, q)$ とする。次の問いに答えよ。

(1) 定積分

$$\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} (kx + l)(mx + n) dx$$

を求めよ。ただし、 k, l, m, n は定数である。

(2) 2つの1次関数 $g(x)$ と $h(x)$ に対して、等式

$$\frac{1}{2\sqrt{3}} \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} g(x)h(x) dx = \vec{g} \cdot \vec{h}$$

が成り立つことを示せ。ただし、 $\vec{g} \cdot \vec{h}$ はベクトル \vec{g}, \vec{h} の内積を表す。

(3) 等式

$$\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} (2x + 1)^2 dx \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \{g(x)\}^2 dx = \left\{ \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} (2x + 1)g(x) dx \right\}^2$$

を満たし、 $g(0) = -2$ であるような1次関数 $g(x)$ を求めよ。