



2017年理系第3問

3 次の条件によって定められる数列  $\{a_n\}$  がある.

$$a_1 = \frac{1}{3}, \quad a_{n+1} = \frac{3a_n + 1}{a_n + 3} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

次の問いに答えよ.

- (1)  $a_2, a_3, a_4, a_5$  を求めよ.
- (2) 一般項  $a_n$  を推測して, その結果を数学的帰納法によって証明せよ.
- (3) 不等式  $a_n > 1 - 10^{-18}$  を満たす最小の自然数  $n$  を求めよ. ただし,  $\log_{10} 2 = 0.3010$  とする.