



2019年理系第1問

1 座標空間において、1辺の長さが1の立方体OABC-DEFGをなす8つの頂点 $O(0, 0, 0)$, $A(1, 0, 0)$, $B(1, 1, 0)$, $C(0, 1, 0)$ および $D(0, 0, 1)$, $E(1, 0, 1)$, $F(1, 1, 1)$, $G(0, 1, 1)$ をとる。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{OD} = \vec{d}$ とおく。辺DE上に点 $P(s, 0, 1)$ ($0 \leq s \leq 1$), 辺CB上に点 $Q(t, 1, 0)$ ($0 \leq t \leq 1$)をとり、3点O, P, Qを含む平面と直線GFとの交点をRとする。また四角形OPRQの面積を U とする。次の問いに答えよ。

- (1) \overrightarrow{OP} , \overrightarrow{OQ} , \overrightarrow{OR} を \vec{a} , \vec{c} , \vec{d} および s , t で表せ。
- (2) 内積 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ}$ を s , t で表せ。また、 U を s , t で表せ。
- (3) 点Rが辺GF上にあるとき、 U の最大値、最小値を求めよ。またそのときの s , t の値を求めよ。