

2013年文系第2問



2 放物線 $C: y = ax(x-b)$ について、以下の問いに答えよ。ただし、 a, b は定数とする。

- (1) 放物線 C の頂点の座標を a と b で表せ。
 (2) 放物線 C の頂点の座標が $(4, -12)$ のとき、 a と b を求めよ。
 (3) a と b が (2) で求めた値であるとき、 xy 平面上で放物線 C と x 軸によって囲まれた部分の面積 S を求めよ。

$$(1) y = ax^2 - abx \quad \therefore y = a\left(x - \frac{b}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}ab^2 \quad \text{よって} \quad \underline{\text{頂点: } \left(\frac{b}{2}, -\frac{1}{4}ab^2\right)} //$$

$$(2) (1) \text{より} \quad \begin{cases} \frac{b}{2} = 4 \\ -\frac{1}{4}ab^2 = -12 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad \underline{a = \frac{3}{4}, b = 8} //$$

$$(3) C: y = \frac{3}{4}x(x-8)$$

$$\begin{aligned} \therefore S &= \int_0^8 -\frac{3}{4}x(x-8) dx \\ &= -\frac{3}{4} \int_0^8 x(x-8) dx \\ &= -\frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) \cdot (8-0)^3 \\ &= \frac{8^3}{8} \\ &= \underline{64} // \end{aligned}$$

