



2013年理系第4問

4 平面上の2つのベクトル \vec{a} , \vec{b} はそれぞれの大きさが1であり, また平行でないとする. 次の問いに答えよ.

(1) $t \geq 0$ であるような実数 t に対して, 不等式

$$0 < |\vec{a} + t\vec{b}|^2 \leq (1+t)^2$$

が成立することを示せ.

(2) $t \geq 0$ であるような実数 t に対して $\vec{p} = \frac{2t^2\vec{b}}{|\vec{a} + t\vec{b}|^2}$ とおき, $f(t) = |\vec{p}|$ とする. このとき, 不等式

$$f(t) \geq \frac{2t^2}{(1+t)^2}$$

が成立することを示せ.

(3) $f(t) = 1$ となる正の実数 t が存在することを示せ.