



2017年理系第3問

3 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある.

$$a_1 = \frac{1}{3}, \quad a_{n+1} = \frac{3a_n + 1}{a_n + 3} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

次の問いに答えよ.

- (1) a_2, a_3, a_4, a_5 を求めよ.
- (2) 一般項 a_n を推測して, その結果を数学的帰納法によって証明せよ.
- (3) 不等式 $a_n > 1 - 10^{-18}$ を満たす最小の自然数 n を求めよ. ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする.