



2017年理系第5問

5 $f(x) = xe^{1-x^2}$ とする. 2つの曲線 $y = f(x)$ と $y = x^k$ で囲まれた部分の面積を S_k とする. ただし, k は自然数とする. 次の問いに答えよ. 必要があれば

$$\lim_{x \rightarrow \infty} xe^{-x^2} = 0$$

が成り立つことを用いてよい.

- (1) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ および第2次導関数 $f''(x)$ を求めよ.
- (2) 関数 $y = f(x)$ の極値, グラフの凹凸と変曲点, および漸近線を求め, グラフの概形をかけ.
- (3) S_k を, k を用いて表せ.
- (4) 次の条件(*)を満たす最小の自然数 n を求めよ.
(*) すべての自然数 m に対して, $4S_{2n-1} > 7S_{2m}$ が成り立つ.