



2019年理系第4問

4 半径がそれぞれ a , b の円を C_a , C_b とする. C_a 上に点 A , C_b 上に点 B をとる. はじめに 2 点 A , B を一致させ, C_b を C_a に外接させながら滑らないように回転させる. ここで, 点 B が再び C_a 上に来るときを C_b の回転の 1 周期とする. 次の問いに答えよ. ただし, 必要があれば, 自然数 m , n の最大公約数を $\gcd(m, n)$ で表せ.

- (1) a , b を自然数とする. C_b 上の点 B が C_a 上の点 A に再び一致するとき, C_b は何周期回転しているか, a , b を用いて表せ.
- (2) a , b を正の有理数とし, $a = \frac{p}{q}$, $b = \frac{s}{t}$ とおく. ここで p , q は互いに素な自然数とし, s , t も互いに素な自然数とする. C_b 上の点 B が C_a 上の点 A に再び一致するとき, C_b は何周期回転しているか, p , q , s , t を用いて表せ.
- (3) a , b は互いに素な自然数とする. $k = 1, 2, \dots, a$ に対して, C_b が k 周期回転したとき, 点 B が一致する C_a 上の点を A_k とする. このとき $\{A_1, A_2, \dots, A_a\}$ は C_a をちょうど a 等分することを示せ.