

2012年 基幹理工・創造理工・先進理工 第3問

3 表が出る確率が a ($0 < a < \frac{1}{2}$), 裏が出る確率が $1 - a$ のコインを 1 枚投げる試行を n 回行う。ただし $n \geq 2$ とする。この n 回の試行の結果, 表が 2 回以上出る事象を A_n で表す。また 1 回目から n 回目の試行が終わるまでに, [裏→表] の順で出ない事象を B_n で表す。つぎの問に答えよ。

- (1) 確率 $P(A_n)$, $P(B_n)$ を求めよ。
- (2) 確率 $P(A_n \cap B_n)$ を求めよ。
- (3) 極限

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{P(A_n)P(B_n)}{P(A_n \cap B_n)}$$

を求めよ。ただし, $0 < r < 1$ をみたす r に対して, $\lim_{n \rightarrow \infty} nr^n = 0$ となることを証明なしに用いてよい。