

2015年理系第1問

1 数列  $\{a_n\}$  を

$$a_1 = 5, \quad a_{n+1} = \frac{4a_n - 9}{a_n - 2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。また数列  $\{b_n\}$  を

$$b_n = \frac{a_1 + 2a_2 + \dots + na_n}{1 + 2 + \dots + n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

と定める。

- (1) 数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。
- (2) すべての  $n$  に対して、不等式  $b_n \leq 3 + \frac{4}{n+1}$  が成り立つことを示せ。
- (3) 極限值  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$  を求めよ。