



2014年第1問

 数理  
石井K

1 次の問いに答えよ.

- (1) 2次方程式  $x^2 - 3x + 4 = 0$  の2つの解を  $\alpha, \beta$  とするとき,  $\frac{\beta}{\alpha-1} + \frac{\alpha}{\beta-1}$  の値を求めよ.  
 (2)  $x$  が自然数のとき, 不等式  $(\sqrt{x} - \sqrt{2})^2 < 1$  を満たす  $x$  の値をすべて求めよ.  
 (3)  $\triangle ABC$  の内部の点  $P$  について,  $4\vec{PA} + 3\vec{PB} + 5\vec{PC} = \vec{0}$  が成り立っている.  $\triangle ABC$  の面積が1であるとき,  $\triangle PAB$  の面積を求めよ.

(1) 角等と1系等数の係数係から.  $\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = 4$

$$\therefore \frac{\beta}{\alpha-1} + \frac{\alpha}{\beta-1} = \frac{\beta(\beta-1) + \alpha(\alpha-1)}{(\alpha-1)(\beta-1)} = \frac{(\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta - (\alpha+\beta)}{\alpha\beta - (\alpha+\beta) + 1} = \underline{\underline{-1}}$$

(2)  $-1 < \sqrt{x} - \sqrt{2} < 1 \quad \therefore \sqrt{2} - 1 < \sqrt{x} < \sqrt{2} + 1$

すべて正の値より2乗して.  $\underbrace{3 - 2\sqrt{2}}_{\approx 0.18} < x < \underbrace{3 + 2\sqrt{2}}_{\approx 5.82}$   
 $\therefore x = 1, 2, 3, 4, 5$

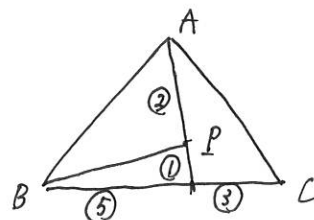
(3)  $\vec{AP} = s\vec{AB} + t\vec{AC}$  とおくと  $P$  は  $\triangle ABC$  の内部の点, なのだから  $0 < s + t < 1$

$$\therefore (\text{与式}) \text{ は } -4\vec{AP} + 3(\vec{AB} - \vec{AP}) + 5(\vec{AC} - \vec{AP}) = \vec{0}$$

$$\therefore 12\vec{AP} = 3\vec{AB} + 5\vec{AC}$$

$$\therefore \vec{AP} = \frac{3}{12}\vec{AB} + \frac{5}{12}\vec{AC}$$

$$= \frac{2}{3} \left( \frac{3}{8}\vec{AB} + \frac{5}{8}\vec{AC} \right)$$



$$\therefore \text{右図より } \triangle PAB = \frac{5}{8} \times \frac{2}{3} \times 1 = \underline{\underline{\frac{5}{12}}}$$