2015 年 畜産学部 第 2 問

$\boxed{2}$ 関数 $f(x)=ax^2+bx+c$ を用いて，関数 $g(x)$ が

$$g(x)=\begin{cases} -ax^2+1 & \left(x<\dfrac{\sqrt{a}}{a}\right) \\ f(x) & \left(x \geqq \dfrac{\sqrt{a}}{a}\right) \end{cases}$$

で定義されている．ただし，a，b，c は定数で，$a>0$ とする．次の各問に答えなさい．

(1) 関数 $f(x)$ の導関数を求めなさい．

(2) 曲線 $C_1: y=f(x)$ は点 $\left(\dfrac{\sqrt{a}}{a},\ 0\right)$ を通り，この点における曲線 C_1 の接線の傾きは $-2\sqrt{a}$ であるとする．

(i) b を a の式で表しなさい．また，c の値を求めなさい．

(ii) 関数 $g(x)$ が $x=4$ で極小になるように，a の値を定めなさい．

(3) 曲線 $C_2: y=g(x)$ は 2 点 $(2,\ -1)$，$(3,\ 0)$ を通る．また，曲線 C_2 と直線 $L: y=tx$ で囲まれる部分の面積を t の関数として $S(t)$ で表す．ただし，$a=1$，$0 \leqq t \leqq 2$ とする．このとき，$S(t)$ の導関数の値は正である．

(i) b，c の値をそれぞれ求めなさい．

(ii) $S(t)$ の最小値を求めなさい．

(iii) $S(t)$ が最大値をとるとき，曲線 C_2 と直線 L のすべての交点の座標を求めなさい．また，$S(t)$ の最大値を求めなさい．