



2012年 農学部 第5問

5  $\triangle ABC$ において、 $OA = a$ 、 $OB = b$ 、 $\angle AOB = \theta$ とおく。ただし、 $a \geq b$ および  $0^\circ < \theta < 90^\circ$ とする。点  $B$  から辺  $OA$  に下ろした垂線の足を  $A_1$  とする。また点  $A_1$  を通って辺  $AB$  に平行な直線と、辺  $OB$  との交点を  $B_1$  とする。次に点  $B_1$  から辺  $OA_1$  に下ろした垂線の足を  $A_2$  とし、点  $A_2$  を通って辺  $A_1B_1$  に平行な直線と、辺  $OB_1$  との交点を  $B_2$  とする。以下、この操作を続け、三角形の列

$$\triangle OA_1B_1, \triangle OA_2B_2, \dots, \triangle OA_nB_n$$

をとる。このとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $\triangle OA_nB_n$  は、 $\triangle OAB$  に相似であることを示せ。
- (2)  $\frac{A_nB_n}{A_{n-1}B_{n-1}}$  を  $a$ 、 $b$ 、 $\theta$  の式で表せ。
- (3)  $\triangle OA_kB_k$  の面積を  $S_k$  とする。  $a = 2$ 、 $b = 1$ 、 $\theta = 30^\circ$  のとき、 $S_1 + S_2 + \dots + S_n$  を  $n$  の式で表せ。