0001911728808999

桜美林大学

2014年 全学群 第4問

数理 石井K

$\boxed{4}$ x の関数 $y = x^2 - 2x$ で表される曲線を C とする．また，定数 m に対し $y = mx - m - 2$ で表される直線を ℓ とする．以下の問に答えなさい．

(1) 定数 m によらず，ℓ は定点 A($\boxed{ミ}$ 1 , $\boxed{ム}$ −2) を通る．

(2) 点 A から曲線 C に 2 本の接線を引く．このとき，2 つの接点の x 座標は $\boxed{メ}$ 0 と $\boxed{モ}$ 2 である．ただし，$\boxed{メ} < \boxed{モ}$ とする．

(3) 点 A から引いた 2 本の接線と曲線 C とで囲まれる図形の面積は $\dfrac{\boxed{ヤ}\ 2}{\boxed{ユ}\ 3}$ である．

(4) 曲線 C と直線 ℓ で囲まれる図形の面積が $\dfrac{4}{3}$ となるのは，$m = \pm \boxed{ヨ}\sqrt{\boxed{ラ}}$ のときである．
2　2

(1) $\ell : m(x-1) + (-y-2) = 0$

$\therefore x = 1,\ y = -2$　$\underline{A(1, -2)}$ が定点となる

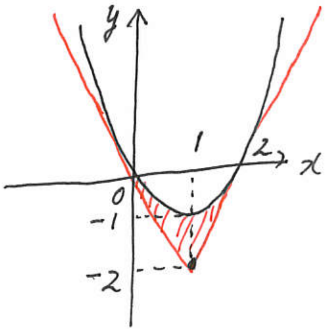
(2) 接点を (t, t^2-2t) とおくと，$y' = 2x - 2$ より

接線は，$y = (2t-2)(x-t) + t^2 - 2t$

$\therefore y = (2t-2)x - t^2$

これが $A(1, -2)$ を通るので，$-2 = 2t - 2 - t^2$

$\therefore t^2 - 2t = 0$　$\therefore t = \underline{0, 2}$



(3)

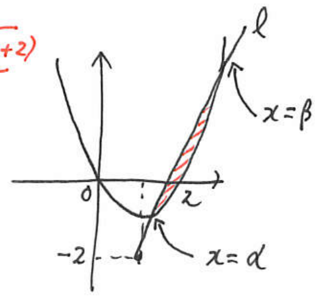
$S = 2\int_0^1 x^2 - 2x - (-2x)\,dx$

$= 2\left[\dfrac{x^3}{3}\right]_0^1$

$= \underline{\dfrac{2}{3}}$

$x^2 - 2x - mx + m + 2 = 0$ の
解を α, β としている．

$\alpha, \beta = \dfrac{2+m \pm \sqrt{(m+2)^2 - 4(m+2)}}{2}$



(4) $S = \int_\alpha^\beta mx - m - 2 - (x^2 - 2x)\,dx$

$= \int_\alpha^\beta -(x-\alpha)(x-\beta)\,dx$

$= \dfrac{1}{6}(\beta - \alpha)^3$　$\therefore \dfrac{1}{6}(\beta-\alpha)^3 = \dfrac{4}{3}$

$\therefore (\beta - \alpha)^3 = 8$

これより $\beta - \alpha = 2$

$\therefore \sqrt{m^2 - 4} = 2$

$\therefore m^2 = 8$　$\underline{m = \pm 2\sqrt{2}}$