

2016年 全学群 第1問


 数理  
石井K

1 次の問いに答えよ。

(1)  $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \sqrt{3}}}$  を計算しなさい。

(2) 方程式  $|x - 2| + |2x + 1| = 7$  を解きなさい。

(3)  $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{2}$  のとき、 $\sin^3 \theta - \cos^3 \theta$  の値を求めなさい。

$$\begin{aligned}
 (1) \text{ (与式)} &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{\sqrt{3}-1}{2}} \quad \leftarrow \frac{1}{1+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}-1}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = \frac{\sqrt{3}-1}{2} \text{ より} \\
 &= 1 + \frac{2}{\sqrt{3}+1} \\
 &= 1 + (\sqrt{3}-1) \\
 &= \underline{\underline{\sqrt{3}}} \text{ ,,}
 \end{aligned}$$

(2) (i)  $x \geq 2$  のとき

$$x - 2 + 2x + 1 = 7 \quad \therefore x = \frac{8}{3} \quad \text{これは } x \geq 2 \text{ をみたす}$$

(ii)  $-\frac{1}{2} < x < 2$  のとき

$$2 - x + 2x + 1 = 7 \quad \therefore x = 4 \quad \text{これは } -\frac{1}{2} < x < 2 \text{ をみたさず不適}$$

(iii)  $x \leq -\frac{1}{2}$  のとき

$$2 - x - (2x + 1) = 7 \quad \therefore x = -2 \quad \text{これは } x \leq -\frac{1}{2} \text{ をみたす}$$

(i) ~ (iii) より,

$$\underline{\underline{x = \frac{8}{3}, -2}} \text{ ,,}$$

(3)  $(\sin \theta - \cos \theta)^2 = \frac{1}{4} \quad \therefore \sin \theta \cos \theta = \frac{3}{8}$

$$\begin{aligned}
 \sin^3 \theta - \cos^3 \theta &= (\sin \theta - \cos \theta)(\sin^2 \theta + \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta) \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{3}{8}\right) \\
 &= \underline{\underline{\frac{11}{16}}} \text{ ,,}
 \end{aligned}$$