

桜美林大学

2014年 全学群 第1問

$$(5) (3x^2 + x - 2) + i(3x - 2) = 0$$

$$\therefore (3x - 2)(x + 1) + i(3x - 2) = 0$$

$$(3x - 2)(x + 1 + i) = 0 \quad \therefore x = \frac{2}{3}, -1 - i$$

1 次の問いに答えよ。

(1) 2次関数  $y = ax^2 + bx + 4$  のグラフを原点に関して対称に移動し、さらに  $y$  軸の正方向に  $c$  だけ平行移動すると、 $x$  軸とで  $(-1, 0)$  で接し、点  $(\frac{1}{2}, 9)$  を通る放物線となった。このとき、 $a = \boxed{\text{ア}}$ 、 $b = \boxed{\text{イ}}$ 、 $c = \boxed{\text{ウ}}$  である。

(2) 6個の文字 O, O, B, B, R, N について、6個すべてを使ってできる順列の総数は  $\boxed{\text{エ}}$   $\boxed{\text{オ}}$   $\boxed{\text{カ}}$  個であり、6個のうち4個をとってできる順列の総数は、 $\boxed{\text{キ}}$   $\boxed{\text{ク}}$   $\boxed{\text{ケ}}$  個である。

(3) O を原点とする  $xy$  座標平面上で、 $A(4, 0)$ 、 $B(0, 3)$  とする。三角形 OAB の外接円  $C_1$  の半径は  $\boxed{\text{コ}}$  であり、三角形 OAB の内接円  $C_2$  の半径は  $\boxed{\text{シ}}$  である。

(4)  $x$  は実数とし、 $t = 2^x + 2^{-x}$  とおくと、 $t$  の最小値は  $\boxed{\text{ス}}$  である。また、 $t^2 - 6t + 8 = 0$  を満たす異なる実数  $x$  の個数は  $\boxed{\text{セ}}$  個である。

(5)  $x$  の2次方程式  $3x^2 + (1 + 3i)x - 2 - 2i = 0$  は実数解と虚数解をもつという。このとき、実数解は  $\boxed{\text{ソ}}$  であり、虚数解は  $\boxed{\text{チ}}$  +  $\boxed{\text{ツ}}$   $i$  である。ただし、 $i$  は虚数単位である。

(1)  $x$  軸と接し、 $(\frac{1}{2}, 9)$  を通る  $\Rightarrow y = a(x+1)^2$  に  $(\frac{1}{2}, 9)$  を代入して  
 $\text{と } (-1, 0)$   $\quad \quad \quad y = \frac{9}{4}a \quad \therefore a = 4 \quad y = 4(x+1)^2 \dots \text{①}$

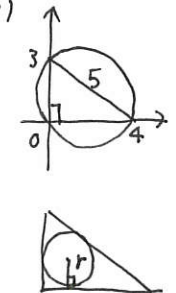
一方、 $y = ax^2 + bx + 4$  を原点に関して対称移動し、 $y$  軸方向に  $+c$

$$\Rightarrow y = -ax^2 + bx - 4 + c \dots \text{②} \quad \text{①, ② が同じであるから、} a = -4, b = 8, c = 8$$

(2) すべて使う  $\Rightarrow \frac{6!}{2!2!} = 180$

- O, B, R, N からなるもの  $\dots 4! = 24$
- O, O, R, N  $\dots \frac{4!}{2!} = 12$
- B, B, R, N  $\dots = 12$
- O, O, B, R  $\dots = 12$
- B, B, O, R  $\dots = 12$
- O, O, B, N  $\dots = 12$
- O, B, B, N  $\dots = 12$
- O, O, B, B  $\dots \frac{4!}{2!2!} = 6$

102

(3)  (直径) = 5  
 $\therefore$  (半径) =  $\frac{5}{2}$   
 $S = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6$   
 一方  $r$  を用いると  
 $S = \frac{1}{2} r (3 + 4 + 5) = 6r \quad \therefore r = 1$

(4)

$2^x > 0, 2^{-x} > 0$  より  
 相対平均・相乗平均の関係を用いて

$$t = 2^x + 2^{-x} \geq 2\sqrt{2^x \cdot 2^{-x}} = 2$$

$$t^2 - 6t + 8 = (t-4)(t-2) = 0 \quad \therefore t = 2, 4$$

- $t = 2$  となる  $x$  は  $2^x + 2^{-x} = 2$   
 $\therefore (2^x)^2 - 2 \cdot 2^x + 1 = 0$   
 $(2^x - 1)^2 = 0 \quad \therefore x = 0$
- $t = 4$  となる  $x$  は  $2^x + 2^{-x} = 4$   
 $\therefore (2^x)^2 - 4 \cdot 2^x + 1 = 0$

$\therefore 2^x = 2 \pm \sqrt{3}$  合計 3 個