高知工科大学

2012年 第3問

$\boxed{3}$ 関数 $f(x)=\dfrac{x^2-2x-2}{x+1}$ について，次の各問に答えよ．

(1) 方程式 $f(x)=0$ を解け．

(2) 関数 $f(x)$ の極大値，極小値およびそのときの x の値を求めよ．

(3) 曲線 $y=f(x)$ と x 軸で囲まれた部分の面積 S を求めよ．

(1) $f(x)=0 \iff x^2-2x-2=0$

$\iff \underline{x=1\pm\sqrt{3}}$ //

(2) $f'(x)=\dfrac{(2x-2)(x+1)-(x^2-2x-2)}{(x+1)^2}$

$=\dfrac{x(x+2)}{(x+1)^2}$

x	$\cdots$	-2	$\cdots$	-1	$\cdots$	0	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$		$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	-6	$\searrow$		$\searrow$	-2	$\nearrow$

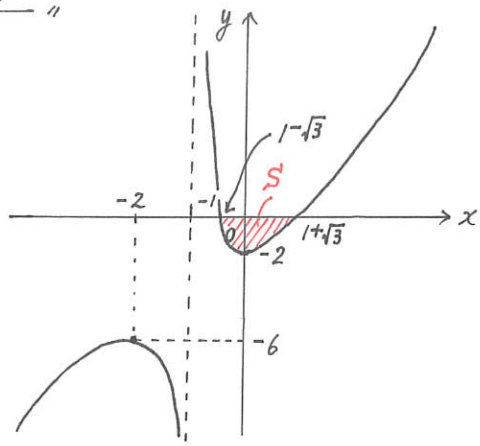
右の増減表より．

<u>極大値 -6 ($x=-2$ のとき)，極小値 -2 ($x=0$ のとき)</u> //

(3) $\displaystyle\lim_{x\to-1+0} f(x)=\infty$ ， $\displaystyle\lim_{x\to-1-0} f(x)=-\infty$

$\displaystyle\lim_{x\to\infty} f(x)=\infty$ ， $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ より

グラフは右のようになる．



$S=\displaystyle\int_{1-\sqrt{3}}^{1+\sqrt{3}} -\frac{x^2-2x-2}{x+1}\,dx$

$=-\displaystyle\int_{1-\sqrt{3}}^{1+\sqrt{3}} x-3+\frac{1}{x+1}\,dx$

$=-\left[\dfrac{x^2}{2}-3x+\log|x+1|\right]_{1-\sqrt{3}}^{1+\sqrt{3}}$

$=-\left\{\frac{1}{2}(1+\sqrt{3})^2-3(1+\sqrt{3})+\log|2+\sqrt{3}|-\frac{1}{2}(1-\sqrt{3})^2+3(1-\sqrt{3})-\log|2-\sqrt{3}|\right\}$

$=\underline{4\sqrt{3}-2\log(2+\sqrt{3})}$ //

$$\begin{array}{r} x-3 \\ x+1\overline{)\,x^2-2x-2} \\ \underline{x^2+x} \\ -3x-2 \\ \underline{-3x-3} \\ 1 \end{array}$$