

2010年 歯学部 第3問

3 $I_n = \int_0^c \sin^n x \cos^5 x dx$, $J_n = \int_0^c \sin^n x \cos x dx$, $K_n = J_n - J_{n+2}$ とおくとき, 次の問いに答えよ.
ただし, n は自然数であり, c は正の定数である.

(1) I_n を K_n と K_{n+2} を用いて表せ.

(2) $A_n = \sum_{m=1}^n I_m$ を $K_1, K_2, K_{n+1}, K_{n+2}$ を用いて表せ.

(3) $c = \frac{\pi}{2}$ のとき, $K_n = \frac{2}{(n+a_1)(n+a_2)}$ となる定数 a_1 と a_2 を求めよ. ただし, $a_1 < a_2$ とする.

(4) $c = \frac{\pi}{2}$ のとき, $\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha(A_n + \beta)n^2 = 1$ となる定数 α と β を求めよ.