

2014年 文学部・経済学部 第3問

3 平面上で鋭角三角形  $\triangle ABC$  の外側に、 $AB$  および  $AC$  を1辺とする正方形  $ABFG$ ,  $ACDE$  をつくる。ただし、 $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AG}|$ ,  $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AE}|$  とする。線分  $EG$  の中点を  $M$ , 点  $C$  から  $AB$  に下ろした垂線の足を  $H$ , 直線  $AM$  と  $CH$  の交点を  $P$  とする。 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$  とおき、 $|\vec{a}| = 1$ ,  $|\vec{b}| = t$ ,  $\angle CAB = \theta$  とする。以下の問いに答えよ。

- (1)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  を  $t, \theta$  を用いて表せ。
- (2)  $\overrightarrow{HC}$  を  $\vec{a}, \vec{b}, t, \theta$  を用いて表せ。
- (3) 直線  $AM$  と直線  $BC$  が直交することを示せ。
- (4)  $\overrightarrow{AG}, \overrightarrow{AE}$  をそれぞれ  $\vec{a}, \vec{b}, t, \theta$  を用いて表せ。
- (5)  $\overrightarrow{AP}$  を  $\vec{a}, \vec{b}, t, \theta$  を用いて表せ。
- (6)  $\overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{AC}$  を求めよ。