



2013年理系第3問

3 行列  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  に対して  $D(A) = ad - bc$ ,  $T(A) = a + d$  と定める. 実数  $x, y$  に対して行列  $X$  を  $X = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & y \end{pmatrix}$  とおき, 行列  $E$  を  $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  とし, 行列  $O$  を  $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  とする. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) 行列  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  に対して等式  $A^2 - T(A)A + D(A)E = O$  が成り立つことを証明せよ.
- (2)  $D(X) < 0$  かつ  $T(X) > 0$  となる  $(x, y)$  の領域を図示せよ.
- (3)  $X$  が逆行列をもたないとき,  $T(X^{2n})$  の最小値を  $n$  を用いて表せ. ただし,  $n$  は正の整数である.