

2013年第5問

5 数列 a_1, a_2, \dots, a_n は, 1 から $2n-1$ までの異なる n 個の奇数を並べかえたものである. また, 数列 b_1, b_2, \dots, b_n は, 2 から $2n$ までの異なる n 個の偶数を並べかえたものである. $S_n = a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n$ とするとき, 次の問いに答えよ. ただし, n は 3 以上の整数とする.

(1) $n=3$ であり, $b_1=4, b_2=6, b_3=2$ のとき, S_3 を最大にする a_1, a_2, a_3 を求めよ.

(2) $\sum_{k=1}^n 2ka_k + \sum_{k=1}^n \frac{(a_k - 2k + 1)^2}{2}$ を n を用いて表せ.

(3) $b_k = 2k$ ($k=1, 2, 3, \dots, n$) とする. S_n を最大にする a_k を k を用いて表せ.