

2017年 都市教養（理系）第3問

3 各項が実数である無限数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ に対し, 関数

$$f_n(x) = \frac{a_n x - b_n}{(2^{n+1} - 2)x - (2^{n+1} - 1)} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を考える. ただし, $a_1 = 0$, $b_1 = 1$ とする. $n = 1, 2, 3, \dots$ に対し,

$$f_{n+1}(x) = f_n(f_1(x)) \quad \left(x \neq \frac{3}{2}, x \neq \frac{2^{n+2} - 1}{2^{n+2} - 2} \right)$$

が成り立つとき, 以下の問いに答えなさい.

- (1) $f_2(x)$ と a_2 , b_2 を求めなさい.
- (2) $t = f_1(t) = f_2(t) = f_3(t) = \dots$ をみたす実数 t をすべて求めなさい.
- (3) 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ の一般項をそれぞれ求めなさい.