

2015年理(数・物・化)第1問

1 次の にあてはまる0から9までの数字を求めよ.

(1) 座標平面上に3点A(-1, 0), B(1, 0), C(0, 1)がある.

(i) 楕円

$$E: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (b > 0)$$

は2点A, Bを焦点としてもつとする. このとき, $b = \sqrt{\text{ア}}$ である.

(ii) 2点A, Cを通る直線と, (i)で定めた楕円Eの交点をP(x_0, y_0) ($x_0 > 0$)とすると,

$$x_0 = -\frac{\text{イ}}{\text{ウ}} + \frac{\text{エ}}{\text{オ}} \sqrt{\text{カ}}, \quad y_0 = \frac{\text{キ}}{\text{ク}} + \frac{\text{ケ}}{\text{コ}} \sqrt{\text{サ}}$$

である.

(iii) (ii)で定めた点Pに対して, $PB + PC = \text{シ} - \sqrt{\text{ス}}$ である. $QB + QC = \text{シ} - \sqrt{\text{ス}}$ となるような点Q(x, y)の軌跡の方程式は

$$\frac{(x-y)^2}{\alpha} + \frac{(x+y-\gamma)^2}{\beta} = 1$$

である. このとき,

$$\alpha = \text{セ} - \text{ソ} \sqrt{\text{タ}}, \quad \beta = \text{チ} - \text{ツ} \sqrt{\text{テ}}, \quad \gamma = \text{ト}$$

となる.

(2) 座標平面上の原点O(0, 0), 点A(2, 2), 点B($k, 0$)を通り, 軸がy軸に平行な放物線をCとする. ただし, $k > 2$ とする.

(i) 放物線Cの方程式をkを用いて表すと,

$$y = -\frac{\text{ナ}}{k - \text{ニ}} x^2 + \frac{k}{k - \text{ヌ}} x$$

である.

(ii) 放物線Cとx軸で囲まれた部分の面積Sをkを用いて表すと,

$$S = \frac{k \text{ネ}}{\text{ノ} (k - \text{ハ}) \text{ヒ}}$$

である. また, kを $k > 2$ の範囲で動かすとき, Sの最小値は $\frac{\text{フ}}{\text{ヘ}}$ であり, そのときのkの値は

$k = \text{ホ}$ である.



(iii) 放物線 C と x 軸で囲まれた部分を放物線 C の軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積 V を k を用いて表すと,

$$V = \frac{k \boxed{\text{マ}}}{\boxed{\text{ミ}} \boxed{\text{ム}} (k - \boxed{\text{メ}}) \boxed{\text{モ}}} \pi$$

である. また, k を $k > 2$ の範囲で動かすとき, V の最小値は $\frac{\boxed{\text{ヤ}} \boxed{\text{ユ}}}{\boxed{\text{ヨ}} \boxed{\text{ラ}}} \pi$ であり, そのときの k の

値は $k = \frac{\boxed{\text{リ}}}{\boxed{\text{ル}}}$ である.