

2013年第4問

4  $x \geq 0$ において連続関数  $f(x)$  が不等式

$$f(x) \leq a + \int_0^x 2tf(t) dt$$

をみたしているとする.  $g(x) = ae^{x^2}$  とするとき, 下の問いに答えよ. ただし,  $a$  は 0 以上の定数である.

- (1) 等式  $g(x) = a + \int_0^x 2tg(t) dt$  を示せ.
- (2)  $h(x) = e^{-x^2} \int_0^x 2tf(t) dt$  とするとき,  $x > 0$  において不等式  $h'(x) \leq 2axe^{-x^2}$  が成り立つことを示せ.
- (3)  $x \geq 0$  において不等式  $f(x) \leq g(x)$  が成り立つことを示せ.