

2013年 生命環境（環境・情報）第4問

4 a, b, c は 0 でない実数とする。行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ について、以下の問いに答えよ。

(1) BAB は対角行列、かつ、 B^2 は単位行列とするとき、 $B = \begin{pmatrix} p & q \\ q & r \end{pmatrix}$ の成分はすべて実数であることを示せ。

(2) $a = \frac{5}{8}$, $b = -\frac{1}{2}$, $c = \frac{1}{3}$ とする。自然数 n に対して $\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = A^n \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ とする。このとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$ かつ $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = 0$ を示せ。