

2014 年 生命環境（環境・情報）第 3 問

3 区間 $-1 \leq x \leq 1$ で定義された連続関数 $f(x)$ を

$$12xf(x) + 12 \int_0^x f(t) dt = 15x^3|x| - 16x^3, \quad f(0) = 0$$

によって定める。曲線 $C: y = f(x)$ を考える。以下の問いに答えよ。

- (1) $f(x)$ を求めよ。
- (2) $f(x)$ は $x = 0$ で微分可能であることを示せ。
- (3) 曲線 C と直線 $l: y = a$ との区間 $-1 \leq x \leq 1$ における共有点の個数を、 a の値によって分類せよ。
- (4) 曲線 C と 3 直線 $y = -1, x = -1, x = 1$ で囲まれる部分を、 x 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。