

2013年工学部第1問

1 頂点がOで、各辺の長さが1である正四角錐O-ABCDがある。辺OA, COを $t:1-t$  ( $0 < t < 1$ )に内分する点をそれぞれP, Qとし、辺ODを $k:1-k$  ( $0 < k < 1$ )に内分する点をRとする。また、 $\vec{a} = \vec{OA}$ ,  $\vec{b} = \vec{OB}$ ,  $\vec{c} = \vec{OC}$ とおく。次に答えよ。

(1)  $\vec{OD}$ を $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ を用いて表せ。また、内積 $\vec{a} \cdot \vec{c}$ の値を求めよ。

(2) 内積 $\vec{BR} \cdot \vec{PQ}$ を $k$ ,  $t$ を用いて表せ。

(3) 点Rが3点P, B, Qの定める平面上にあるとする。

(i)  $k$ を $t$ を用いて表せ。

(ii)  $t$ の値が変化するとき、 $k$ の最大値を求めよ。また、 $k$ が最大値をとるときの四角形PBQRの面積 $S$ を求めよ。